

Q2) Answer any five parts of the following.

- a) Find the characteristic roots of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.
- b) Solve : $(x + 2y^3)dy = y dx$.
- c) Determine the constant a so that the vector $V = (x + 3y)\hat{i} + (y - 2z)\hat{j} + (x + az)\hat{k}$ is solenoidal.
- d) Evaluate : $L\{e^{-t}(3 \sin 2t - 5 \cos 2t)\}$.
- e) Show that an even function can have no sine terms in its Fourier series.
- f) A bag contains 5 red and 3 blue balls. If 3 balls are drawn at random without replacement find the probability of getting exactly one red ball.
- g) Find the unit normal vector to the level surface $x^2y + 2xz = 4$ at the point $(2, -2, 3)$.

Q3) Answer any two parts of the following:

[2×5=10]

- a) Show that the equations
- $$x + y + z = 6,$$
- $$x + 2y + 3z = 14,$$
- $$x + 4y + 9z = 36$$
- are consistent and solve them.
- b) Solve : $(D^2 - 2D + 4)y = e^x \cos x$.
- c) Solve : $x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$.

Q4) Answer any two parts of the following:

[2×5=10]

- a) Evaluate $\int_0^1 x^5 (1 - x^3)^{10} dx$.
- b) If $u = f(y - z, z - x, x - y)$, then prove that $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.
- c) Prove that $\beta(m, n) = \beta(m + 1, n) + \beta(m, n + 1)$, $m, n > 0$.

Q5) Answer any two parts of the following:

[2×5=10]

- a) Find $L^{-1} \frac{6s^2 + 10s + 2}{s^3 + 3s^2 + 2s}$.
- b) Write the fourier sine series of k in $(0, \pi)$.
- c) A manufacturer produces light - bulbs that are packed into boxes of 100. If quality control studies indicate that 0.5% of the light-bulbs produced are defective what percentage of boxes will contain no defective?

प्र.2) निम्नलिखित में से कोई पाँच भाग हल कीजिए :

अ) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक मूल ज्ञात कीजिए।

ब) हल कीजिए : $(x + 2y^3)dy = y dx$.

स) अक्षर a का मान ज्ञात कीजिए, जबकि सदिश $V = (x + 3y)\hat{i} + (y - 2z)\hat{j} + (x + az)\hat{k}$ परिनालिकीय है।

द) ज्ञात कीजिए : $L\{e^{-t}(3 \sin 2t - 5 \cos 2t)\}$.

च) सिद्ध कीजिए कि एक सम फलन की फूरियर श्रृंखला में कोई साइन पद नहीं हो सकता है।

र) एक थैली में 5 लाल और 3 नीले रंग की गेंदें हैं। यदि बदले बिना तीन गेंदें निकाली जाती हैं तो ठीक-ठीक एक लाल रंग का गेंद मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

ल) समतल सतह $x^2y + 2xz = 4$ के बिन्दु $(2, -2, 3)$ पर इकाई लम्ब सदिश ज्ञात कीजिए।

प्र.3) निम्नलिखित में से कोई दो भाग हल कीजिए :

[2×5=10]

अ) सिद्ध कीजिए कि समीकरण

$$x + y + z = 6,$$

$$x + 2y + 3z = 14,$$

$$x + 4y + 9z = 36$$

सुसंगत हैं और इन्हें हल कीजिए।

ब) हल कीजिए : $(D^2 - 2D + 4)y = e^x \cos x$.

स) हल कीजिए : $x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$.

प्र.4) निम्नलिखित में से कोई दो भाग हल कीजिए :

[2×5=10]

अ) हल कीजिए : $\int_0^1 x^5 (1 - x^3)^{10} dx$.

ब) यदि $u = f(y - z, z - x, x - y)$ तो सिद्ध कीजिये $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

स) सिद्ध करो कि $\beta(m, n) = \beta(m+1, n) + \beta(m, n+1)$, $m, n > 0$.

प्र.5) निम्नलिखित में से कोई दो भाग हल कीजिए :

[2×5=10]

अ) ज्ञात कीजिए : $L^{-1} \frac{6s^2 + 10s + 2}{s^3 + 3s^2 + 2s}$.

ब) $(0, \pi)$ अंतराल में k के लिए फूरियर साइन (sine) श्रृंखला ज्ञात कीजिए।

स) एक निर्माता प्रकाश बल्बों का उत्पादन करता है जिन्हें 100 बक्कों में पैक किया जाता है। यदि गुणवत्ता नियंत्रण अध्ययन यह संकेत करता है कि उत्पादित बल्बों में से 0.5% बल्ब खराब हैं। कितने प्रतिशत बक्कों में कोई खराब बल्ब नहीं है?

