Code No. : 2041(B)

APPLIED MATHEMATICS - I

Time : 2.30 Hours] **[Maximum Marks : 50**
[Minimum Marks : 17

NOTES :

i) Attempt **all** questions.

ii) Students are advised to specially check the Numerical Data of question paper in both versions. If there is any difference in Hindi Translation of any question, the students should answer the question according to the English version.

iii) Use of Pager and Mobile Phone by the students is not allowed.

Q1) Answer any ten parts of the following, from part a to e select correct choice : **[10 × 1 = 10]**

a) The sum of ten terms of the series 4 + 8 + 12 + ... is

i) 330 ii) 220

iii) 110 iv) none

b) If $\bar{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$, the value of $|\bar{a}|$ is

i) 21 ii) 5

iii) $\sqrt{26}$ iv) none

c) If $f(x) = \cot x$, the value of $f(30^\circ)$ is

i) $\sqrt{3}$ ii) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

iii) 1 iv) none

d) if $y = x^3 + 3x^2 + 7x + 12$, the value of $\frac{d^3y}{dx^3}$ is

i) 6 ii) 16

iii) 10 iv) none

e) The value of $6i^{74}$ is

i) 1 ii) –6

iii) 24 iv) none

f) Second and fifth terms of the G.P. series are 6 and $\frac{16}{9}$ find the series.

g) Expand $(x + 3a)^5$

h) If the vectors $\lambda\hat{i} - 2\lambda\hat{j} + 3\hat{k}$ and $-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ are perpendicular, find the value of λ.

i) Evaluate $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

j) Change $1 + \frac{1}{i}$ in to polar form.

k) Find the coefficient x^5 in the expansion of $(x + a)^8$.

l) Find the value $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3}$.

Q2) Answer any five parts of the following : **[5 × 2 = 10]**

a) If $y - x + x^2 + x^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots \infty, 0 < x < 1$ prove that $x = \frac{y}{1+y}$.

b) ${}^{10}C_r = {}^{10}C_{r+2}$ find the value of ${}^{10}C_r$.

c) $\left(\sqrt{2i} - \sqrt{-2i}\right)$, find its value.

d) In ΔABC prove that a(sin B – sin C) + b(sin C – sin A) + c(sin A - sin B) = 0.

e) Find the angle between vectors $\bar{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ $\bar{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$.

f) If $y = e^{2x}(\sin x + \cos x)$, Find $\frac{dy}{dx}$.

g) Find the tangent of the curve $x^2y + xy^2 = 6$ at the point (1, 2).

Q3) Answer any two parts of the following : **[2 × 5 = 10]**

a) If $y = x \cos x$, find the value of y_4.

b) If $2\cos\theta = x + \frac{1}{x}$ and $2\cos\phi = y + \frac{1}{y}$, prove that $2\cos(\theta + \phi) = xy + \frac{1}{xy}$.

c) Find the coefficient of x^5 in the expansion of $(4 - 3x)^{-\frac{1}{2}}$.

Q4) Answer any two parts of the following : **[2 × 5 = 10]**

a) If $\sin y = x \sin(a + y)$, prove that $\sin a \frac{dy}{dx} = \sin^2(a + y)$.

b) If $a^2 + b^2 - 1$, prove that $\frac{1 + b + ia}{1 + b - ia} = b + ia$.

c) By using first principle find differential coefficient of cos x.

Q5) Answer any two parts of the following : **[2 × 5 = 10]**

a) In ΔABC prove, $\frac{b^2 - c^2}{a^2}\sin 2A + \frac{c^2 - a^2}{b^2}\sin 2B + \frac{a^2 - b^2}{c^2}\sin 2C = 0$.

b) If $\bar{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\bar{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\bar{c} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ find the value of $\bar{a} \times (\bar{b} \times c)$.

c) If $y = \tan^{-1}\frac{4x}{1 + 5x^2} + \tan^{-1}\frac{2 + 3x}{3 - 2x^2}$ prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{5}{1 + 25x^2}$.

(हिन्दी अनुवाद)

नोट : सभी प्रश्न हल कीजिये ।

प्र.1) निम्नलिखित में कोई दस भाग हल कीजिये भाग a से e तक सही विकल्प चुनिये : **[2 × 5 = 10]**

a) श्रेणी $4 + 8 + 12 + ...$ के दस पदो का योग है ।

i) 330 ii) 220

iii) 110 iv) कोई नहीं

b) यदि सदिश $\bar{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$, सदिश $|\bar{a}|$ का मान है ।

i) 21 ii) 5

iii) $\sqrt{26}$ iv) कोई नहीं

c) यदि $f(x) = \cot x, f(30^\circ)$ का मान है ।

i) $\sqrt{3}$ ii) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

iii) 1 iv) कोई नहीं

d) यदि $y = x^3 + 3x^2 + 7x + 12, \frac{d^3y}{dx^3}$ का मान है ।

i) 6 ii) 16

iii) 10 iv) कोई नहीं

e) $6i^{74}$ का मान है ।

i) 1 ii) –6

iii) 24 iv) कोई नहीं

f) किसी गुणोत्तर श्रेणी के दूसरे तथा पाचवे पद क्रमशः 6 और $\frac{16}{9}$ है श्रेणी ज्ञात कीजिये ।

g) $(x + 3a)^5$ का प्रसार ज्ञात कीजिये ।

h) यदि सदिश $\lambda\hat{i} - 2\lambda\hat{j} + 3\hat{k}$ और $-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ परस्पर लम्बवत है λ का मान ज्ञात कीजिये ।

i) सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिये ।

j) $1 + \frac{1}{i}$ को ध्रुवीय रुप में बदलिये ।

k) $(x + a)^8$ के प्रसार में x^5 का गुणाँक ज्ञात कीजिये ।

l) $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3}$ का मान ज्ञात कीजिये ।

प्र.2) निम्नलिखित में कोई पाँच भाग हल कीजिये : **[5 × 2 = 10]**

a) यदि $y - x + x^2 + x^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots \infty, 0 < x < 1$ सिद्ध कीजिये $x = \frac{y}{1+y}$.

b) यदि ${}^{10}C_r = {}^{10}C_{r+2}$ ${}^{10}C_r$ का मान ज्ञात कीजिये ।

c) $\left(\sqrt{2i} - \sqrt{-2i}\right)$ का मान ज्ञात कीजिये ।

d) ΔABC में सिद्ध कीजिये कि $a(\sin B - \sin C) + b(\sin C - \sin A) + c(\sin A - \sin B) = 0$.

e) सदिश $\bar{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ और $\bar{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ के मध्य का कोण ज्ञात कीजिये ।

f) यदि $y = e^{2x}(\sin x + \cos x)$, $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिये ।

g) बिन्दु $(1, 2)$ पर वक्र $x^2y + xy^2 = 6$ की स्पर्शी का समीकरण ज्ञात कीजिये ।

प्र.3) निम्नलिखित में कोई दो भाग हल कीजिये : **[2 × 5 = 10]**

a) यदि $y = x \cos x$, y_4 का मान ज्ञात कीजिये ।

b) यदि $2\cos\theta = x + \frac{1}{x}$ और $2\cos\phi = y + \frac{1}{y}$, सिद्ध कीजिये कि $2\cos(\theta + \phi) = xy + \frac{1}{xy}$.

c) $(4 - 3x)^{-\frac{1}{2}}$ के प्रसार में x^5 का गुणाँक ज्ञात कीजिये ।

प्र.4) निम्नलिखित में कोई दो भाग हल कीजिये : **[2 × 5 = 10]**

a) यदि $\sin y = x \sin(a + y)$, सिद्ध कीजिये कि $\sin a \frac{dy}{dx} = \sin^2(a + y)$.

b) यदि $a^2 + b^2 - 1$ सिद्ध कीजिये कि $\frac{1 + b + ia}{1 + b - ia} = b + ia$.

c) प्रथम सिद्धान्त से $\cos x$ का अवकल गुणाँक ज्ञात कीजिये ।

प्र.5) निम्नलिखित में कोई दो भाग हल कीजिये : **[2 × 5 = 10]**

a) ΔABC में सिद्ध कीजिये कि $\frac{b^2 - c^2}{a^2}\sin 2A + \frac{c^2 - a^2}{b^2}\sin 2B + \frac{a^2 - b^2}{c^2}\sin 2C = 0$.

b) यदि सदिश $\bar{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ और $\bar{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $\bar{c} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ $\bar{a} \times (\bar{b} \times c)$ का मान ज्ञात कीजिये ।

c) यदि $y = \tan^{-1}\frac{4x}{1 + 5x^2} + \tan^{-1}\frac{2 + 3x}{3 - 2x^2}$ सिद्ध कीजिये कि $\frac{dy}{dx} = \frac{5}{1 + 25x^2}$.

⌘⌘⌘